|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 6주차 선형시스템 보고서 | | |
| 제출일 : 2024년 04월 14일 | | 작성자 : 이준용 |
| 구분 | 내용 | |
| 학습 범위와 내용 | 6주차 온라인 강의 내용 | |
| 정리 내용 | 5.1 DIFFERENCE APPROXIMATION FOR FIRST DERIVATIVE  DIFFERENCE APPROXIMATION는 함수의 도함수를 수치적으로 근사하는 방법입니다. 이 방법은 해석적인 해가 없거나 이산적인 데이터 포인트를 다룰 때 사용됩니다. 특히, 함수*f*(*x*)의 한 점 *x*에서의 일차 도함수를 근사할 때 사용됩니다. 여러 가지 일반적인 방법이 있습니다.   1. **Forward Difference Approximation:** 이 방법은 forward difference 공식을 사용하여 도함수를 근사합니다. 공식은 다음과 같습니다f′(*x*)≈(*f*(*x*+*h*)−*f*(*x*))/h​ 여기서 *h*는 작은 단계 크기입니다. 2. **Backward Difference Approximation:** 이 방법은 backward difference 공식을 사용합니다: f′(*x*)≈((*x*)−*f*(*x*−*h*)​)/h전진 차분 방법과 유사하지만 *x* 이전의 점을 사용합니다. 3. **Central Difference Approximation:** 중심 차분 근사는 *x* 양쪽의 점을 사용하여 보다 정확한 추정치를 제공합니다: *f*′(*x*)≈(*f*(*x*+*h*)−*f*(*x*−*h*))/2h​ 이 방법은 일반적으로 forward이나 backward 차분보다 정확한 결과를 제공합니다.   이러한 difference approximations 는 *h*가 줄어들면 더 정확해지지만, *h*를 너무 작게 선택하면 반올림 오차와 차감 취소로 인한 수치적 불안정성이 발생할 수 있습니다.  또한, 더 높은 차분 근사 방법도 있습니다. 예를 들어, 이차 중심 차분 공식은 더 높은 정확도를 제공합니다. 또한, 유한 차분 및 분할 차분과 같은 방법을 사용하여 더 복잡한 경우에도 사용할 수 있습니다.  5.2 APPROXIMATION ERROR OF FIRST DERIVATIVE  일차 도함수의 근사 오차는 실제 도함수 값과 근사된 값 사이의 차이를 의미합니다. 이 오차는 주어진 근사 방법과 사용된 단계 크기에 따라 달라집니다.  가장 일반적인 근사 오차를 계산하는 방법 중 하나는 테일러 급수를 사용하는 것입니다. 테일러 급수에 따르면 함수 *f*(*x*)를 *x*0​ 근처에서 다음과 같이 전개할 수 있습니다:  *f*(*x*)=*f*(*x*0​)+*f*′(*x*0​)(*x*−*x*0​)+2!*f*′′(*x*0​)​(*x*−*x*0​)2+3!*f*′′′(*x*0​)​(*x*−*x*0​)3+⋯  여기서 *f*′(*x*0​)은 *x*0​에서의 도함수를 나타내며, *f*′′(*x*0​)은 *x*0​에서의 이차 도함수를 나타냅니다.  일차 도함수의 근사 오차는 다음과 같이 표현될 수 있습니다:  *E*(*x*)=∣*f*′(*x*)−*f’* approx′(*x*)∣  여기서 *f*′(*x*)는 실제 도함수이고, *f’* approx​(*x*)는 근사된 도함수입니다. 주로 사용되는 차분 근사에서는 이차 항부터 무시되므로, 근사된 도함수는 다음과 같이 표현됩니다:  *f’* approx′(*x*)=(*f*(*x*+*h*)−*f*(*x*))​/h  따라서, 근사 오차는 다음과 같이 계산됩니다:  *E*(*x*)=∣*f’*′(*x*)−*(f*(*x*+*h*)−*f*(*x*)​)/h∣​  이 오차는 단계 크기 *h*가 충분히 작을 때, 즉 *h*가 0에 가까울 때, 감소합니다. 하지만 *h*가 너무 작으면 반올림 오차와 수치적 불안정성이 발생할 수 있으므로 적절한 *h* 값을 선택해야 합니다.  5.3 DIFFERENCE APPROXIMATION FOR SECOND AND HIGHER DERIVATIVE  고차 도함수의 차분 근사는 두 번째 이상의 도함수를 수치적으로 근사하는 방법입니다. 이러한 근사는 함수의 해석적인 도함수가 없거나 이산적인 데이터 포인트가 주어졌을 때 유용합니다.   1. **이차 도함수의 DIFFERENCE APPROXIMATION:** 이차 도함수를 근사하는 가장 일반적인 방법은 중심 차분 공식을 사용하는 것입니다. 중심 차분 공식을 이용하면 다음과 같이 이차 도함수를 근사할 수 있습니다:   *f*′’′(*x*)≈*(f*(*x*+*h*)−2*f*(*x*)+*f*(*x*−*h*))/h^2​ 이러한 방법을 사용하여 이차 도함수를 효과적으로 근사할 수 있습니다.   1. **고차 도함수의 DIFFERENCE APPROXIMATION:** 고차 도함수를 근사하는 방법은 차분 공식을 여러 번 적용하여 이루어집니다. 예를 들어, 삼차 도함수를 근사하려면 다음과 같이 중심 차분 공식을 두 번 적용할 수 있습니다:   *f*′′’′(*x*)≈(*f*(*x*+2*h*)−2*f*(*x*+*h*)+2*f*(*x*−*h*)−*f*(*x*−2*h*))/2h^3​ 이와 같은 방법을 사용하여 고차 도함수를 근사할 수 있습니다. 그러나 고차 도함수의 근사는 더 복잡하고 오차가 더 커질 수 있으므로 주의가 필요합니다.  차분 근사를 사용하여 도함수를 근사할 때는 단계 크기 *h*를 선택하는 것이 중요합니다. *h*가 작을수록 근사가 더 정확해지지만, *h*가 너무 작으면 반올림 오차와 수치적 불안정성이 발생할 수 있습니다. 이에 따라 적절한 *h* 값을 선택하여 근사를 수행해야 합니다.  5.4 INTERPOLATING POLYNOMIAL AND NUMERICAL DIFFERENTIAL  보간 다항식과 수치 미분은 수치적으로 함수의 값을 추정하거나 도함수를 근사하는 데 사용되는 두 가지 주요 수치 기법입니다.   * **보간 다항식:**   보간 다항식은 주어진 데이터 포인트를 통해 함수를 추정하는 방법입니다.  주어진 데이터 포인트를 지나는 다항식을 찾아내는 과정을 포함합니다.  대표적인 보간 방법으로는 라그랑주 보간법과 뉴턴 보간법이 있습니다.  보간 다항식을 사용하면 데이터 포인트 사이의 값에 대한 추정치를 얻을 수 있습니다.   * **수치 미분:**   수치 미분은 함수의 도함수 값을 수치적으로 계산하는 방법입니다.  주어진 함수 값을 사용하여 도함수를 근사하는 다양한 방법이 있습니다.  차분 근사 방법(Forward, Backward, Central Difference)은 가장 일반적으로 사용됩니다.  이러한 방법을 사용하여 도함수 값을 근사함으로써 함수의 변화율을 추정할 수 있습니다.  수치 미분은 함수의 기울기나 변화율을 계산하여 해당 함수의 특성을 이해하는 데 도움이 됩니다. | |
| 질문 내용 | 1. **어떤 주어진 함수의 이차 도함수를 수치적으로 근사하는 과정에서 오류? 오차?를 어떻게 최소화할 수 있을까요?**   **근사 오차를 분석하여 어떤 범위에서 얼마나 정확한 근사를 얻을 수 있는지에 대해 이해가 잘 되지않습니다.**   1. **해당 오류를 최소화하기 위해 적절한 차분 근사 방법과 단계 크기(h)를 어떻게 선택해야 할까요?** | |